Justifique apropriadamente o que achar que deve ser justificado.

Questão 1 (1,8 ponto)**.** Na Figura 1, suponha que $\ell = 2$. Considere que as bases destras são as que têm orientação positiva. Pensando geometricamente, determine:

(a) $\overrightarrow{G_3E_3} \cdot \overrightarrow{A_1I_1}$. (b) $\overrightarrow{A_2D_2} \cdot \overrightarrow{A_2I_2}$. (c) $\operatorname{proj}_{\overrightarrow{E_1A_1}} \overrightarrow{A_1I_2}$. (d) $\operatorname{proj}_{\overrightarrow{D_2D_3}} \overrightarrow{E_1F_1}$.

(e) $\overrightarrow{F_1D_1} \cdot \overrightarrow{F_1K}/\|\overrightarrow{F_1K}\|$, onde K é o ponto do segmento $[\![G_1, I_1]\!]$ tal que $\operatorname{ang}(\overrightarrow{KI_1}, \overrightarrow{KF_1}) = \pi/6$.

(f) $\overrightarrow{I_2A_2} \wedge \overrightarrow{A_3E_3}$. (g) $\overrightarrow{B_2B_1} \wedge \overrightarrow{B_2C_1}$. (h) $[\overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_1B_1}, \overrightarrow{A_1E_2}]$. (i) $[\overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_1B_1}, \overrightarrow{A_1B_3}]$.

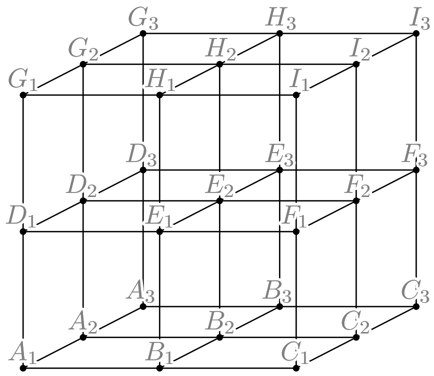

FIGURA 1. Oito cubos de lado ℓ, unidos pelas faces, formando um cubo de lado 2ℓ.

Questão 2 (peso 1,2, uniformemente distribuído entre os itens)**.** Na Figura 1:

(a) Os planos

$$\pi_1 : X = I_3 + \lambda\overrightarrow{A_1D_2} + \mu\overrightarrow{A_1F_2} \quad (\lambda, \mu \in \mathbb{R}),$$

$$\pi_2 : X = H_1 + \lambda\overrightarrow{E_1G_2} + \mu\overrightarrow{E_1I_2} \quad (\lambda, \mu \in \mathbb{R})$$

são coincidentes, paralelos disjuntos ou transversais?

(b) Dê duas equações vetoriais para o plano π que contém o triângulo $[\![B_1, C_2, E_2]\!]$.

(c) Dê uma equação vetorial para o plano π' que passa pelo ponto I_1 e é paralelo ao plano π_1 do item (a).

(d) Dê duas equações vetoriais para a reta r, perpendicular ao plano π (do item anterior), que passa por E_2.

(e) Avalie se a reta r (do item anterior) intersecta a reta s que, com relação ao sistema de coordenadas $\Sigma = B_2[B_1, C_2, E_2]$, é descrita pelas equações $x - 1 = y - 1 = -z/2$. determine-a.

Questão 3 (peso 4,5, uniformemente distribuído entre os itens)**.** Sejam $\vec{u} = (-3, -2, 8)$, $\vec{v} = (9, 1, 1)$, $\vec{w} = (-m/6, -3 + m, -1 + n)$ vetores, num sistema de coordenadas ortogonal positivamente orientado, tais que $\vec{u} \perp \vec{w}$ e $\vec{v} \perp \vec{w}$. Calcule:

(a) $\vec{w}$. (b) $\vec{u} \wedge \vec{v}$. (c) $\|\vec{u}\|$ e $\|\vec{v}\|$. (d) $\operatorname{proj}_{\vec{v}} \vec{u}$.

(e) $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v})$. (f) $(\vec{u} + \vec{v}) \wedge (\vec{u} - \vec{v})$. (g) $\|\vec{u} + \vec{v}\|$ e $\|\vec{u} - \vec{v}\|$. (h) $\|(\vec{u} + \vec{v}) \wedge (\vec{u} - \vec{v})\|$.

(i) $\cos\operatorname{ang}(\vec{u}+\vec{v}, \vec{u}-\vec{v})$. (j) $\operatorname{sen}\operatorname{ang}(\vec{u}+\vec{v}, \vec{u}-\vec{v})$. (k) $[-\vec{u}, \vec{v}/2, \vec{u} + \vec{w}]$.

(l) A área de um triângulo $[\![A, B, C]\!]$ tal que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ e $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$.

(m) A altura, com relação ao lado $[\![A, B]\!]$, do triângulo do item anterior.

(n) O volume de um tetraedro $[\![A, B, C, D]\!]$ tal que $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{u} - \vec{v} = \overrightarrow{AC}$ e $\vec{w} = \overrightarrow{AD}$.

(o) A altura, com relação à face $[\![A, B, C]\!]$, do tetraedro do item anterior.

Questão 4 (peso 2,5)**.** Sejam $A = (-3, 6, -10)$, $B = (-8, -5, -1)$, $C = (1, 0, -6)$ pontos num sistema de coordenadas ortogonal, Σ.

(a) (peso 0,4) Dê um sistema de equações paramétricas para a reta $\langle A, B\rangle$.

(b) (peso 1,5) Dê equações nas formas vetorial, paramétrica e geral para o plano π que passa pelos pontos A, B, C.

(c) (peso 0,4) Determine t para que o vetor $\vec{v} = (5 + 5t, 5t, 5 + 5t)$ seja paralelo ao plano π do item anterior.

(d) (peso 0,2) Nos itens anteriores, em quais momentos você precisou usar a ortogonalidade do sistema de coordenadas Σ?

UNIVASF, Colegiado de Eng. de Produção | E-mail: joao.alvesj@univasf.edu.br