UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

UNIVASF

COLEGIADO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Cálculo Diferencial e Integral I

Atividade V - Limites fundamentais e Continuidade de funções

Questão 1. Quais são os limites considerados fundamentais? Exponha-os! Para melhorar a compreensão, esboce o gráfico de tais funções com o auxílio de algum software.

Questão 2. Considerando os limites fundamentais apresentados no item anterior, calcule:
a. $\lim_{x\to 0} \dfrac{\tan x}{x}$;
b. $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin 2x}{\sin 3x}$;
c. $\lim_{x\to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$; (Dica: Considere $x = \frac{1}{t}$)
d. $\lim_{x\to\pm\infty} \left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}$, onde b é um número real. (Dica: Faça t= x$_{\frac{}{b}}$)

Questão 3. Considere a seguinte definição:

Definição 1. Seja f uma função e $a \in \ Dom(f)$, onde $Dom(f)$ é o domínio de f. A função f é dita contínua no ponto a se:
i. $\lim_{x\to a} f(x)$ existe; e
ii. $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$
Se a função for contínua em todos os pontos diremos, simplesmente, que a função é contínua. Caso contrário será uma função descontínua.

Com base na definição acima, verifique se as funções abaixo são contínuas:
a. $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ se $x \neq 1$, e $f(x) = 1$ se $x = 1$;
b. $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ se $x \neq 1$, e $f(x) = 2$ se $x = 1$;
c. $f(x) = x^3$, se $x < -1$; $f(x) = x$, se $-1 \leq x \leq 2$; e $f(x) = 6 - x^2$, se $x > 2$.

Questão 4. Considere a função dada por : $f(x) = 2x - 2$, se $x < -1$; $f(x) = Ax + B$, se $-1 \leq x \leq 1$; e $f(x) = 5x + 7$, se $x > 1$.
Determine as constantes A e B para que a função acima seja contínua em $\mathbb{R}$.

Questão 5. É correto afirmar que a função $g(x) = |x^2 + 2x + 1|$ é contínua em $\mathbb{R}$? Justifique!

Questão 6. Observe o resultado abaixo:

Teorema 2. *Seja $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ uma função contínua em $[a, b]$. Se $f(a)$ e $f(b)$ tem sinais contrários, então existe $c \in (a, b)$ tal que $f(c) = 0$.*

O teorema acima, por exemplo, pode ser utilizado para localizar as raízes de uma função. Nessas condições, mostre que a função $f(x) = x^3 - 4x + 2$ possui três raízes distintas. Em quais intervalos estariam as raízes? Justifique.

Questão 7. Considere a função polinomial $f(x) = x^5 - 3x^2 + 3$. Mostre que existe uma raiz no intervalo $[-1, 0]$ e que não possui raiz no intervalo$[1, 2]$.

Questão 8. É correto afirmar que a função $f(x) = \frac{|x|}{x}$ é contínua no ponto $x = 0$? Justifique sua resposta.

Questão 9. Considere a função $f(x) = x + 1$, se $x < -4$; $f(x) = 1$, se $x = -4$ e $f(x) = \frac{x^2}{4} - 7$, se $x > -4$.

a. Faça um esboço do gráfico;

b. Calcule o limite da função quando x se aproximar de -4;

c. A função f é contínua em -4? E para pontos diferentes de -4? Justifique!